Os temas de Geometria Espacial são extremamente importantes para a compreensão da organização de espaços individuais e coletivos, bem como de elementos da natureza que inspiraram a formalização desta importante área da matemática. Problemas diversos podem ser resolvidos utilizando conceitos e resultados da Geometria e, portanto, passaremos um bom tempo falando sobre prismas, pirâmides e corpos redondos. Nesta quinzena, veremos um pouco sobre poliedros e prismas - objetos que você já conhece do seu dia a dia.

Os temas aqui expostos podem ser acessados no canal do YouTube da professora **clicando aqui.**

POLIEDROS

Observe a imagem abaixo:

Disponível em http://gigamatematica.blogspot.com/

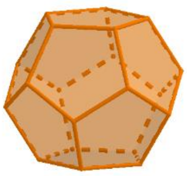
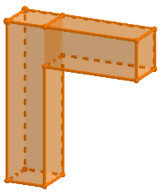
A bola de futebol acima, na verdade, possui um formato que recebe um nome especial em matemática e possui características interessantes.

Observando mais atentamente, percebemos que os polígonos pretos são pentágonos (5 lados congruentes) e os polígonos brancos são hexágonos (6 lados congruentes). O conjunto formado por todos os polígonos brancos e pretos da bola, no formato “arredondado” que estão, formam um conjunto G. O conjunto G obtido pela reunião de n polígonos, com $n \geq 4$, satisfazendo as condições abaixo:

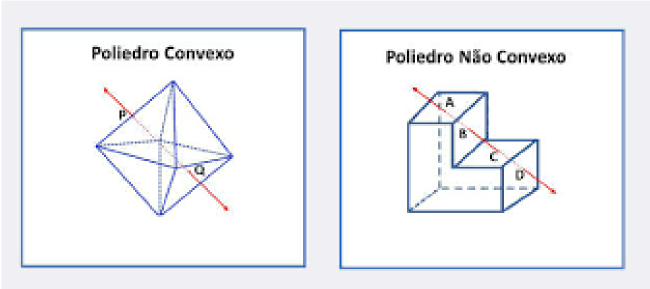
I. Quaisquer dois desses polígonos que tenham um lado em comum não são coplanares;
II. Cada lado de qualquer um desses polígonos é lado de dois e apenas dois deles.

é chamado superfície poliédrica fechada. A região limitada do espaço reunida com a superfície G é chamada de **POLIEDRO.**

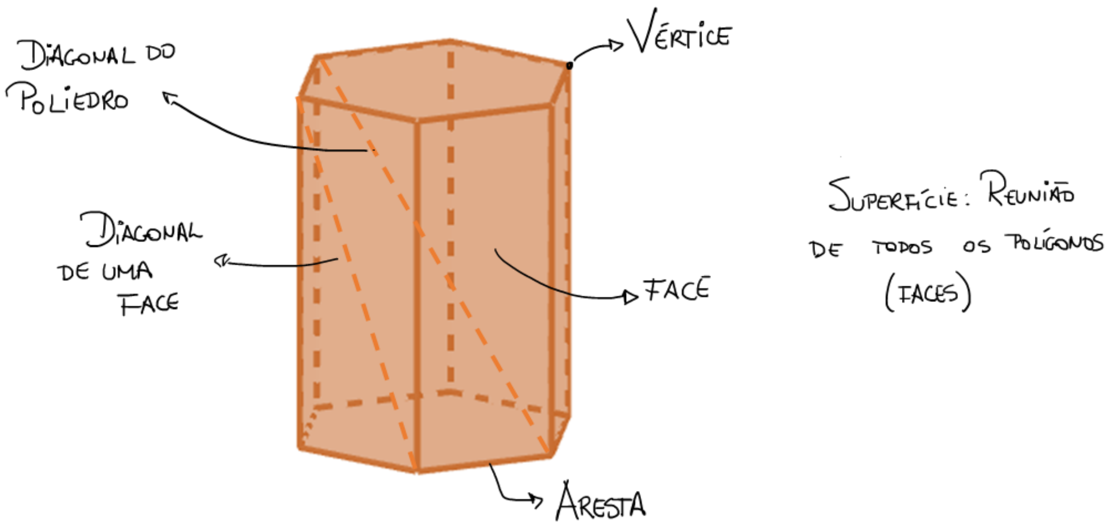
Exemplos:

Diferença entre poliedro convexo e poliedro não convexo

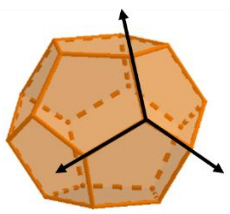
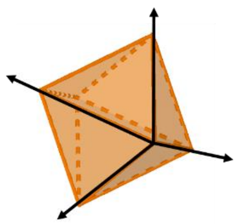
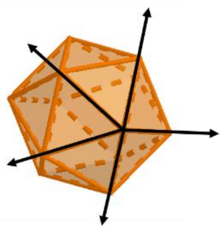


Um poliedro CONVEXO possui elementos, ou seja, “partes” que recebem nomes especiais:



1. **Superfície** – conjunto G
2. **Faces** – polígonos não coplanares que formam a superfície G
3. **Aresta** – cada lado de uma face qualquer do poliedro
4. **Vértice** – cada vértice de uma face qualquer do poliedro
5. **Diagonal de uma face** – qualquer diagonal do polígono que constitui essa face
6. **Diagonal do poliedro** – qualquer segmento de reta cujos extremos são dois vértices que não pertencem a uma mesma face.

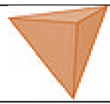
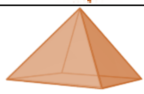
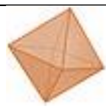
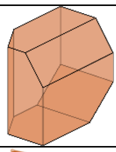
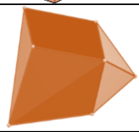
Um conceito muito importante é o de ângulo poliédrico, ilustrado a seguir.

 Ângulo Triédrico	 Ângulo Tetraédrico	 Ângulo Pentaédrico

7. **Ângulo poliédrico** – a porção do espaço cuja superfície é a reunião dos ângulos das faces que têm um mesmo vértice em comum.

Nomenclatura

Os poliedros recebem nomes especiais de acordo com o número de faces que possuem. A tabela abaixo exibe o nome de alguns deles. As imagens foram obtidas do site Wikipédia:

Número de faces	**Nome do Poliedro**	**Visualização**
4	Tetraedro	
5	Pentaedro	
6	Hexaedro	
7	Heptaedro	
8	Octaedro	
9	Eneaedro	
10	Decaedro	
11	Undecaedro	
12	Dodecaedro	
13	Tridecaedro	
20	Icosaedro	

A relação mais conhecida de poliedros para o Ensino Médio associa vértices, arestas e faces por meio de uma relação simples conhecida como Relação de Euler.

Relação de Euler

Em todo poliedro convexo vale a relação:

$$V - A + F = 2,$$

Em que V, A e F representam os números de vértices, arestas e faces do poliedro, respectivamente.

Exercício Resolvido 1 Qual é o número de faces de um poliedro convexo constituído por 16 vértices e 24 arestas?

Solução: Quando conhecemos o número de vértices e arestas de um poliedro, podemos utilizar a relação de Euler para encontrar a quantidade de faces que ele possui.

$$V - A + F = 2 \therefore F = 2 - V + A$$

Substituindo os valores que já conhecemos na última equação acima, temos

$$F = 2 - 16 + 24,$$

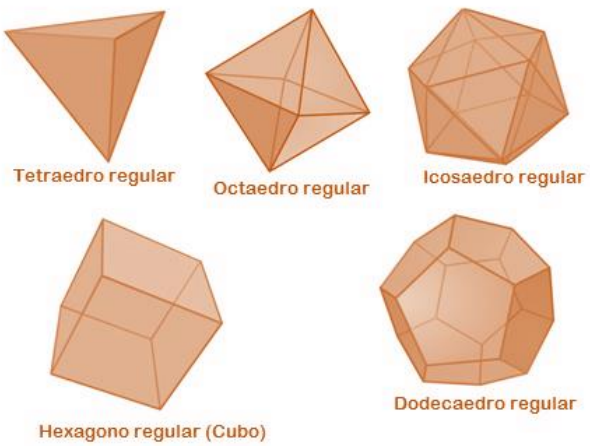
totalizando 10 faces.

Poliedros Regulares

Um poliedro convexo é regular se, e somente se, são satisfeitas as seguintes condições:

I. Todas as suas faces são polígonos regulares e congruentes entre si;
II. Todos os ângulos poliédricos são regulares e congruentes entre si.

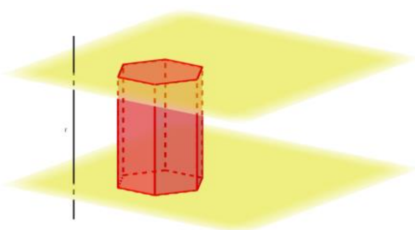
Classes de Poliedros Regulares



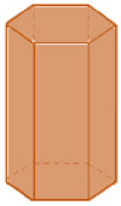
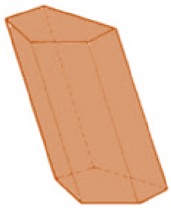
Disponível em www.infoescola.com

PRISMAS

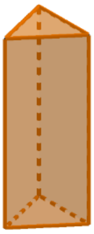
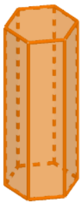
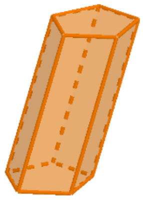
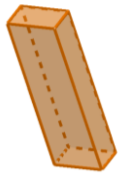
Os prismas são poliedros com algumas características básicas que os destacam. Mais especificamente, Um prisma é um poliedro com duas bases paralelas e congruentes de tal modo que as arestas que as unem são paralelas entre si.



Os prismas também podem ser classificados como retos ou oblíquos. Os prismas retos são aqueles em que a aresta lateral forma com a base um ângulo de 90°, os oblíquos são aqueles em que as arestas formam ângulos diferentes de 90°.

 Prisma Reto	 Prisma Oblíquo

Observe alguns exemplos de prismas:

 Prisma Triangular Reto	 Prisma Hexagonal Reto	 Prisma Pentagonal Oblíquo	 Prisma Quadrangular Oblíquo

A seguir, temos algumas relações de prismas importantes:

Volume:

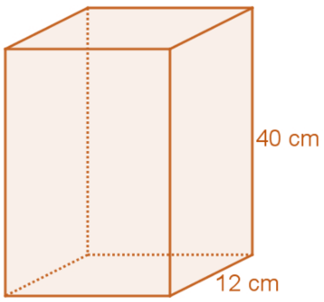
$$V = \text{Área da base x altura}$$

Área lateral:
A área lateral do prisma é a soma das áreas dos polígonos que não são bases, ou seja, a soma de todos os paralelogramos não paralelos às bases.

Área total:
A área total do prisma é a soma da área lateral do prisma com as duas bases do sólido. Assim,

$$A_{\text{Total}} = A_{\text{Lateral}} + 2 \text{ x } A_{\text{Base}}$$

Exercício Resolvido 1 Calcule o volume do prisma de base quadrada abaixo.



Solução: **Como o prisma acima possui base quadrada com lado medindo 12 cm e altura medindo 40 cm, basta calcula a área da base (quadrado) e multiplicar o resultado obtido pela altura:**

$$V = \text{Á}rea\ da\ base\ x\ altura\ =\ 12\ cm\ x\ 12\ cm\ x\ 40\ cm$$
$$= 144cm^2x40cm$$
$$= 5.760\ cm^3$$

Exercício Resolvido 2 **Calcule a área lateral (A_L) do prisma.**

Solução: **A área lateral do prisma é a soma das áreas dos polígonos que não são bases. Ou seja, somamos as áreas da superfície dos quatro retângulos do prisma:**

$$A_{Lateral} = 12\ cm\ x\ 40\ cm\ +12\ cm\ x\ 40\ cm + 12\ cm\ x\ 40\ cm + 12\ cm\ x\ 40\ cm$$
$$= 4\ x\ 12\ cm\ x\ 40\ cm$$
$$= 1920\ cm^2$$

Exercício Resolvido 3 **Calcule a área total (A_T) do prisma.**

Solução: **A área total do prisma é a soma da área lateral do prisma com as duas bases do sólido. Assim,**

$$A_{Total} = A_{Lateral} + 2\ x\ A_{Base}$$
$$= 1920cm^2 + 2x144cm^2$$
$$= 1920cm^2 + 288cm^2$$
$$= 2208\ cm^2$$

Referências:

SILVA, Marcos Noé Pedro da. **Prisma**; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/prisma-1.htm. Acesso em 17 de julho de 2020.

PAIVA, Manoel. **Matemática: Paiva**. 3ª Ed. São Paulo: Moderna, 2015.

IEZZI, Gelson. Et. Al. **Matemática: ciência e aplicações** – 2: ensino médio. 6ª ed. São Paulo: Saraiva, 2010.